XIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

**5 февраля 2021 г.**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 класс.***

***Первый день.***

**1.** Натуральное число, большее 1000000, даёт одинаковые остатки при делении на 40 и на 125. Какая цифра может стоять у этого числа в разряде сотен?

**2.** Числа *x* и *y*, не равные 0, удовлетворяют неравенствам *x*2−*x* > *y*2 и *y*2−*y* > *x*2 . Какой знак может иметь произведение *xy* (укажите все возможности)?

**3.** В группе из 79 школьников у каждого не более 39 знакомых, причем у любого мальчика есть знакомая девочка, а у любой девочки ⎯ знакомый мальчик. Может ли оказаться, что все девочки из этой группы имеют в ней поровну знакомых мальчиков, а все мальчики ⎯ поровну знакомых девочек? Все знакомства ⎯ взаимные.

**4.** Петя и Вася играют в игру. Вася кладёт в ряд 150 монет: некоторые «орлом» вверх, некоторые — «решкой». Петя своим ходом может показать на любые три лежащие подряд монеты, после чего Вася обязан перевернуть какие-то две монеты из этих трёх по своему выбору. Петя хочет, чтобы как можно больше монет лежали «решкой» вверх, а Вася хочет ему помешать. При каком наибольшем *k* Петя сможет независимо от действий Васи добиться того, чтобы хотя бы *k* монет лежали «решкой» вверх?

**5.** *CL* — биссектриса треугольника *ABC. CLBK* — параллелограмм. Прямая *AK* пересекает отрезок *CL* в точке *P*. Оказалось, что точка *P* равноудалена от диагоналей параллелограмма *CLBK.* Докажите, что *AK*≥ *CL.*

**Замечание**. В выданных участником условиях слов «не равные 0» в условии задачи 2 по недосмотру составителей не было. Но при проверке за отсутствие в решении рассмотрения случая, когда хотя бы одно из чисел *x*, *y* равно 0, оценка не снижалась.